Cette évaluation vous propose de revoir les différentes notions vues en arithmétiques concernant :

* La divisibilité
* Les PGCD
* La congruence

Le devoir inclus également une partie algorithmie qui reprend ces notions.

|  |  |
| --- | --- |
| Divisibilité : | 5 pts |

## Question 1 (2 points)

Donner la décomposition en produits de facteurs premiers du nombre 180.

180 = 90 X 2

90 = 45 X 2

45 = 15 X 3

15 = 5 X 3

5

180 = 2 x 2 x 3 x 3 x 5

En déduire la liste complète des diviseurs de 180.

180 = (1 x 180) ou (2 X 90) ou (3 X 60) ou (4 X 45) ou (5 X 36) ou (6 X 30) ou (9 X 20) ou (10 X 18) ou (12 X 15)

1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180 est la liste complète de tous les diviseurs de 180.

## Question 2 (2 points)

Donner la décomposition en produits de facteurs premiers du nombre 630.

630 = 315 X 2

315 = 105 X 3

105 = 35 X 3

35 = 7 X 5

7

630 = 2 X 3 X 3 X 5 X 7

En déduire la liste complète des diviseurs de 630.

630 = (1 X 630) ou (2 X 315) ou (3 X 210) ou (5 X 126) ou (6 X 105) ou (7 X 90) ou (9 X 70) ou (10 X 63) ou (14 X 45) ou (15 X 42) ou (18 X 35) ou (21 X 30)

1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 14, 15, 18, 21, 30, 35, 42, 45, 63, 70, 90, 105, 126, 210, 315, 630 est la liste complète des diviseurs de 630.

## Question 3 (1 points)

Déduire des deux questions du dessus quel est le PGCD de 630 et 180.

Je divise le nombre le plus grand par le plus petit :

630 ÷ 180 = 3 + reste = 90 (630 = 180 X 3 + 90)

Je divise le nombre le plus petit par le reste ci-dessus :

180 ÷ 90 = 2 + reste = 0 (180 = 90 X 2 + 0)

Comme le reste est de 0, on peut affirmer que le plus grand diviseur commun de 630 et 180 est 90.

|  |  |
| --- | --- |
| Algorithme d’Euclide : | 3 pts |

## Question 4 (1.5 points)

En utilisant l’algorithme d’Euclide (pgcd(a, b) = pgcd(b, r) avec a = b.q + r), donnez le pgcd de 306 et 758. Indiquez les étapes de l’algorithme.

Je divise le nombre le plus grand par le plus petit :

758 ÷ 306 = 2 + reste = 146 (758 = 306 X 2 + 146)

Je divise le nombre le plus petit par le reste ci-dessus :

306 ÷ 146 = 2 + reste = 14 (306 = 146 X 2 + 14)

Comme le reste n’est pas de 0, je divise le reste de l’opération 1 par le reste de l’opération 2 :

146 ÷ 14 = 10 + reste = 6 (146 = 14 X 10 + 6)

Je divise le reste de l'opération 2 par le reste de l'opération 3:

14 ÷ 6 = 2 + reste = 2 (14 = 6 X 2 + 2)

Je divise le reste de l'opération 3 par le reste de l'opération 4:

6 ÷ 2 = 3 + reste = 0

Comme le reste est de 0, on peut affirmer que le plus grand diviseur commun de 306 et 758 est 2.

## Question 5 (1.5 points)

En utilisant l’algorithme d’Euclide (pgcd(a, b) = pgcd(b, r) avec a = b.q + r), donnez le pgcd de 1725 et 1309. Indiquez les étapes de l’algorithme.

Je divise le nombre le plus grand par le plus petit :

1725 ÷ 1309 = 1 + reste = 416

Je divise le nombre le plus petit par le reste ci-dessus :

1309 ÷ 416 = 3 + reste = 61

Comme le reste n’est pas de 0, je divise le reste de l’opération 1 par le reste de l’opération 2 :

416 ÷ 61 = 6 + reste = 50

Je divise le reste de l'opération 2 par le reste de l'opération 3:

61 ÷ 50 = 1 + reste = 11

Je divise le reste de l'opération 3 par le reste de l'opération 4:

50 ÷ 11 = 4 + reste = 6

Je divise le reste de l'opération 4 par le reste de l'opération 5:

11 ÷ 6 = 1 + reste = 5

Je divise le reste de l'opération 5 par le reste de l'opération 6:

6 ÷ 5 = 1 + reste = 1

Je divise le reste de l'opération 6 par le reste de l'opération 7:

5 ÷ 1 = 5 + reste = 0

Comme le reste est de 0, on peut affirmer que le plus grand diviseur commun de 1725 et 1309 est 1.

|  |  |
| --- | --- |
| Congruence : | 4 pts |

## Question 6 (1 point)

## Démontrer que 7064 congru à 1148 [17]

(≅ = congru)

7064 % 17 = 9

1148 % 17 = 9

Donc 7064 % 17 = 1148 % 17

Donc 7064≅1148[17]

## Question 7 (1.5 points)

A l’aide de la congruence, déterminer le reste de la division de 3^4502 par 8. Donner les étapes de votre raisonnement.

3p ≅ 1[8]

3^2 ≅1[8]

3^4502 ≅ 3^2 x 2251[8]

≅ (3^2)^2251[8]

≅1^2251[8]

≅1[8]

Reste = 1.

Une image contenant texte

Description générée automatiquement(jules)

## Question 8 (1.5 points)

A l’aide de la congruence, déterminer le reste de la division de 2^18607 par 3. Donner les étapes de votre raisonnement.

2p ≅ 1[3]

2^4 ≅ 1[3]

2^18607 ≅

(jules)

|  |  |
| --- | --- |
| Algorithme : | 8 pts |

## Question 9 (4 points)

Ecrire un algorithme qui prend en paramètre 4 entiers.

* Heure1
* Minute1
* Heure2
* Minute2

Ces 4 variables contiennent deux heures (heure1 :minute1 et heure2 :minute2) que nous voulons additionner. Notre fonction va donc écrire la somme de ces deux horaires. Vous aurez besoin des notions de reste vues en congruence pour ne pas dépasser les 60 minutes ou les 24h.

Exemple :

Heure1 = 10 minute1= 25, heure2=9, minute2=40 : Afficher « 20 heures 5 minutes »

Si le nombre d’heure dépasse 24h, faites en sorte d’afficher un nombre de jours : Afficher « 1 jour 20 heures 5 minutes »

Donner la signature de la fonction (1 point)

Donner le corps de la fonction (3 points)

## Question 10 (4 point)

Vous voulez transmettre à un ami la combinaison du cadenas de votre vélo. Mais bien entendu, comme vous êtes conscient des problèmes de sécurité, vous voulez crypter cette combinaison. Après vous être intéressé au cryptage, vous vous dites que vous pourriez simplement ajouter le rang du chiffre et retrouver un chiffe grâce à vos connaissances sur la congruence.

Votre fonction va donc prendre en paramètre 4 chiffres

* Chiffre1
* Chiffre2
* Chiffre3
* Chiffre4

Elle va additionner le rang du chiffre à la valeur du chiffre : Chiffre1 +1, chiffre2 + 2. Si la somme dépasse 10, il faut faire en sorte que 10 soit 0, 11 soit 1, 12 soit 2…. (pensez à la congruence).

Enfin, la fonction renvoie un nombre sur 4 chiffres contenant la combinaison cryptée.

Exemple :

Chiffre1 = 1, Chiffre2 = 3, Chiffre3 = 7, Chiffre4 = 9 : renvoie 2503

Donner la signature de la fonction (1 point)

Donner le corps de la fonction (3 points)